

# Zur Deutung der Anisotropie der Widerstandsänderung von n-leitendem InSb

Von H. RUPPRECHT

Aus dem Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG, Erlangen  
(Z. Naturforsch. 16 a, 395—401 [1961]; eingegangen am 14. Februar 1961)

Kristalle aus InSb, welche nach der CZOCHRALSKI-Methode hergestellt sind und einen Te-Gehalt größer als  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$  besitzen, zeigen häufig eine Anisotropie der Widerstandsänderung. Bei Proben mit einer Stromrichtung  $I$  parallel zur Wachstumsrichtung ist die Widerstandsänderung über eine Größenordnung höher als bei Proben mit  $I$  senkrecht zur Wachstumsrichtung. Dieses Verhalten wurde für die Wachstumsrichtungen  $[111]$ ,  $[100]$  und  $[11\bar{3}]$  festgestellt. Durch geeignete Wahl der Ziehgeschwindigkeit läßt sich diese Anisotropie vollständig beseitigen. Die Ergebnisse können durch Annahme eines schichtweisen Einbaus der Störstellen in Schichten wechselnder Konzentration senkrecht zur Wachstumsrichtung erklärt werden. Die experimentellen Resultate stehen in Übereinklang mit einer von HERRING entwickelten Theorie.

In einer früheren Arbeit<sup>1</sup> war über die elektrischen Eigenschaften von Te-dotierten InSb-Einkristallen berichtet worden. Diese waren nach der CZOCHRALSKI-Methode hergestellt und hatten einen Te-Gehalt größer  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . Die damals gemessenen Kristalle zeigten hinsichtlich der Widerstandsänderung im Magnetfeld eine Anisotropie derart, daß Proben mit einer Stromrichtung parallel zur Wachstumsrichtung  $[111]$  immer höhere Werte für  $\Delta R/R_0$  ergaben als Proben mit einer Stromrichtung senkrecht dazu. Die Messungen der Widerstandsänderung in Abhängigkeit vom Winkel  $\varphi$  zwischen Stromrichtung und Richtung der magnetischen Induktion  $B$  zeigten für Proben mit  $I \parallel [111]$  in der Nähe des Maximums einen steilen Anstieg. Bei Proben mit  $I \perp [111]$ , also dem kleineren Widerstandseffekt, hingegen entsprach die Winkelabhängigkeit im wesentlichen einem  $\sin^2$ -Gesetz. Die Kristalle wurden bei diesen Untersuchungen immer um eine Achse senkrecht zu der von  $I$  und  $B$  aufgespannten Ebene gedreht, so daß sowohl der transversale als auch der longitudinale Effekt gemessen wurde.

Weiterhin war festgestellt worden, daß bezüglich der Widerstandsänderung als kristallographisch gleichwertig anzusehende Richtungen bis um eine Größenordnung verschiedene Werte ergaben. Wesentlich für die Größe des Maximalwertes von  $\Delta R/R_0$  ist lediglich die relative Lage der Stromrichtung  $I$  zur Wachstumsrichtung  $[111]$ .

Im Gegensatz zu den für die Widerstandsänderung gewonnenen Resultaten erwies sich die Elektronenbeweglichkeit als isotrop.

Im folgenden soll nun über weitere Untersuchungen zu dieser Anisotropie der Widerstandsänderung berichtet werden, insbesondere über den Einfluß der Herstellungsbedingungen auf die Anisotropie.

Im Zusammenhang mit dieser Frage wurden sowohl Wachstumsrichtung, Ziehgeschwindigkeit als auch Dotiersubstanz geändert. Die Meßmethode und Meßanordnung ist bereits in der früheren Arbeit<sup>1</sup> beschrieben.

## Herstellung der Präparate

Die Kristalle wurden nach der CZOCHRALSKI-Methode gezogen. Als Schutzgas wurde Argon verwendet. Die Rotation betrug 30 Umdrehungen pro Minute, die Ziehgeschwindigkeit 1 mm/min, falls nicht besonders erwähnt.

## Meßergebnisse

Untersuchungen an Kristallen mit Wachstumsrichtungen in  $[111]$ ,  $[100]$ ,  $[11\bar{3}]$ : Abb. 1 zeigt die Abhängigkeit der Widerstandsänderung vom Drehwinkel  $\varphi$  bei verschiedenen Proben für  $B = 10 \text{ kGauß}$  und  $T = 295^\circ \text{K}$ . Die Proben stammen aus Mutterkristallen mit den eingangs erwähnten Wachstumsrichtungen (vgl. die Unterschrift zu Abb. 1).

Für alle diese Ziehrichtungen ergaben die Proben mit Stromrichtung  $I$  parallel zur Wachstumsrichtung um mindestens den Faktor 5 höhere Maximalwerte für die Widerstandsänderung als die Proben mit  $I$  senkrecht dazu. Die Proben hatten eine mittlere Leitfähigkeit von  $\sigma = 870 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$  und einen HALL-Koeffizienten von  $R_H = -55 \text{ cm}^3/\text{As}$ . Die Maximalwerte der Widerstandsänderung liegen vielfach nicht bei der transversalen Stellung von  $I$  und  $B$ , also

<sup>1</sup> H. RUPPRECHT, R. WEBER u. H. WEISS, Z. Naturforsch. 15 a, 783 [1960].



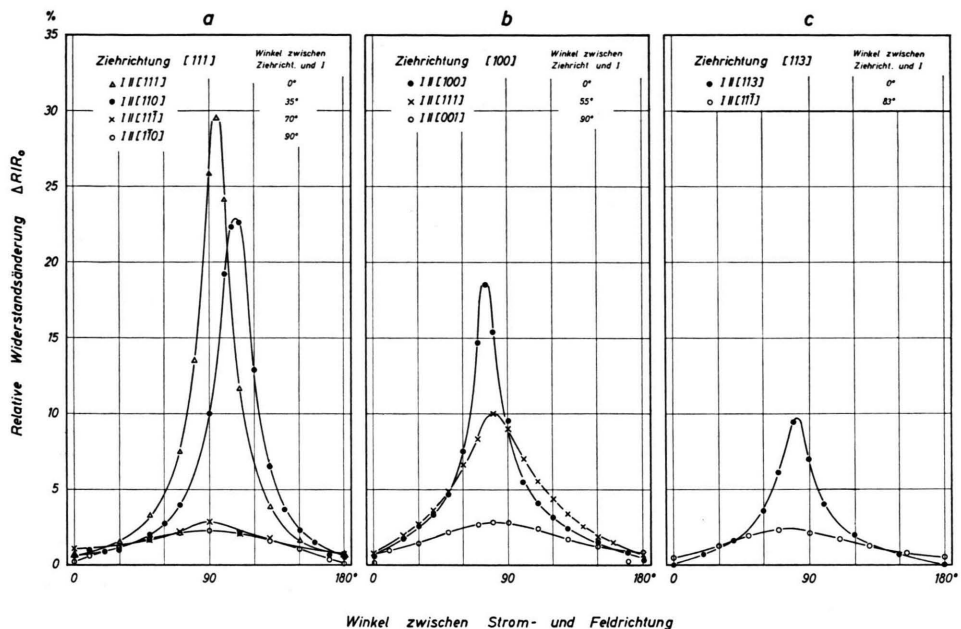


Abb. 1. Abhängigkeit der relativen Widerstandsänderung vom Winkel zwischen Richtung des Probenstromes  $I$  und Richtung der magnetischen Induktion  $B$ . Die Proben haben verschiedene Orientierung zur Wachstumsrichtung und stammen aus Kristallen mit Wachstumsrichtung: [111] in Abb. 1 a, [100] in Abb. 1 b, [113] in Abb. 1 c. Mittlere Elektronenkonzentration  $n = 1,1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ,  $B = 10 \text{ kGauß}$ ,  $T = 295 \text{ °K}$ .

$\varphi = 90^\circ$ , sondern können bis zu  $\pm 20^\circ$  von diesem Winkel abweichen (z. B.: in Abb. 1 b für  $I \parallel [100]$ , andererseits wurde an einer zweiten Probe mit  $I \parallel [100]$  aus demselben Mutterkristall das Maximum bei  $\varphi = 88^\circ$  gemessen). Auf die Erklärung dieses Effektes soll in der Diskussion näher eingegangen werden.

Die in der früheren Arbeit<sup>1</sup> bezüglich der Wachstumsrichtung [111] festgestellte Anisotropie tritt also auch bei den Ziehrichtungen [100] und [113] auf, d. h. die kristallographische Orientierung der Wachstumsrichtung kann für die beobachtete Anisotropie nur von untergeordneter Bedeutung sein.

In der Literatur ist seit längerem ein Effekt bekannt, welcher zu einer Auszeichnung der Wachstumsrichtung führt. So wurde bei Germanium-Einkristallen, welche nach der CZOCHRALSKI-Methode hergestellt sind, festgestellt, daß der Einbau von Störstellen nicht homogen, sondern in Schichten schwankender Konzentration erfolgt. Diese Schichten liegen senkrecht zur Wachstumsrichtung und treten auch in polykristallinem Material auf, sie sind also

weitgehend unabhängig von der kristallographischen Orientierung der Wachstumsrichtung<sup>2</sup>.

BATE und BEER<sup>3</sup> konnten beim Einbau von radioaktivem Selen in InSb-Einkristallen ebenfalls eine Schichtstruktur der Störstellen senkrecht zur Wachstumsrichtung feststellen. Versuche, die Schichtstruktur auf Grund von Potentialmessungen mit Hilfe eines Mikromanipulators<sup>2</sup> oder nach der Methode des Electro-plating<sup>4</sup> direkt nachzuweisen, führten in unserem Fall wegen der hohen Leitfähigkeit der Proben nicht zu zuverlässigen Aussagen. Es liegt nun die Vermutung nahe, daß diese Überstruktur der Störstellenverteilung bei Proben mit  $I \parallel$  zur Wachstumsrichtung auf Grund des feinen Rasters zu einer geometrischen Widerstandsänderung führt, während für  $I$  senkrecht zur Wachstumsrichtung der Effekt am kleinsten ist.

Da die geometrische Widerstandsänderung um so größer wird, je feiner das Raster ist<sup>5</sup>, sollte es möglich sein, durch Erhöhung der Ziehgeschwindigkeit den Abstand zwischen den Schichten zu vergrößern und dadurch den Anisotropieeffekt zu ändern. Gleichzeitig sollte nach HALL<sup>6</sup> der effektive Vertei-

<sup>2</sup> J. A. BURTON, E. D. KOLB, W. P. SLICHTER u. J. D. STRUTHERS, J. Chem. Phys. **21**, 1991 [1953].

<sup>3</sup> R. T. BATE u. A. C. BEER, private Mitteilung.

<sup>4</sup> P. CAMP, J. Appl. Phys. **25**, (4) 459 [1954].

<sup>5</sup> H. WEISS u. H. WELKER, Z. Phys. **138**, 322 [1954].

<sup>6</sup> R. N. HALL, J. Phys. Chem. **57**, 836 [1953].

lungskoeffizient gegen eins gehen. Der Einbau der Störstellen wird also auch aus diesem Grunde homogener erfolgen. Tatsächlich läßt sich durch Änderung der Ziehgeschwindigkeit die Anisotropie der Widerstandsänderung weitgehend beeinflussen. Abb. 2 zeigt die Ergebnisse für drei Proben mit Stromrichtung  $I$  parallel zur Wachstumsrichtung  $[111]$ , welche aus Kristallen mit unterschiedlicher Ziehgeschwindigkeit herausgeschnitten sind. Die Messungen wurden ebenfalls in einem Magnetfeld von 10 kGauß bei Zimmertemperatur ausgeführt. Der

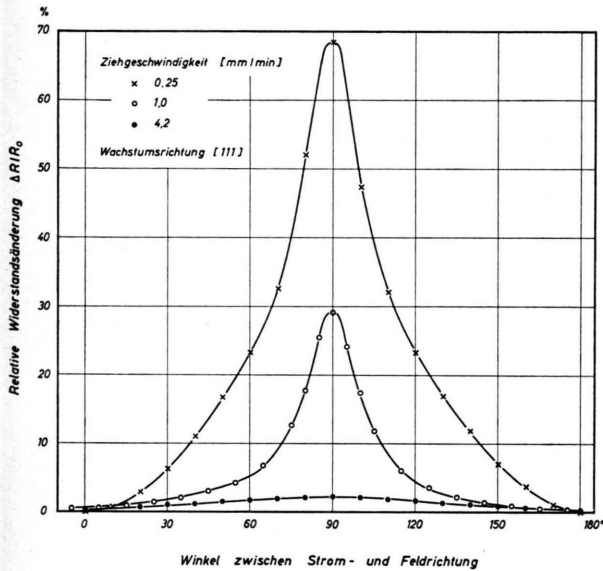


Abb. 2. Einfluß der Ziehgeschwindigkeit auf die Anisotropie der Widerstandsänderung. Wachstumsrichtung und Richtung des Probenstromes  $[111]$ . Mittlere Elektronenkonzentration  $n = 1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ,  $B = 10 \text{ kGauß}$ ,  $T = 295^\circ \text{K}$ .

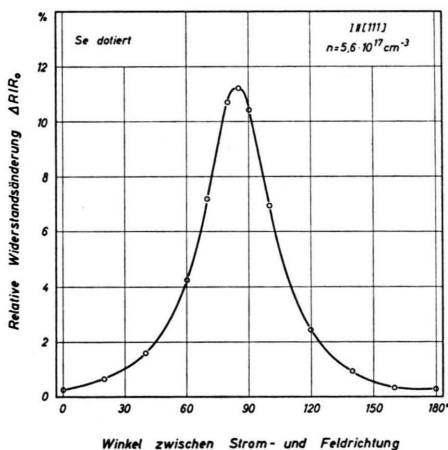


Abb. 3. Winkelabhängigkeit der Widerstandsänderung eines Se-dotierten Kristalls. Stromrichtung parallel der Wachstumsrichtung  $[111]$ .  $n = 5,6 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ,  $B = 10 \text{ kGauß}$ ,  $T = 295^\circ \text{K}$ .

Maximalwert von  $\Delta R/R_0$  nimmt mit zunehmender Ziehgeschwindigkeit von 70% bei einer Ziehgeschwindigkeit von 0,25 mm/min auf 2% bei 4,2 mm/min ab. Im letzteren Falle ergeben Proben mit  $I$  parallel und  $I$  senkrecht zur Wachstumsrichtung  $[111]$  praktisch den gleichen kleinen Wert für die transversale Widerstandsänderung. Daß diese Anisotropie der Widerstandsänderung nicht nur spezifisch für Te-dotierte Einkristalle ist, zeigt Abb. 3. Hier ist die Winkelabhängigkeit von  $\Delta R/R_0$  aufgetragen, wie sie an einem Se-dotierten Kristall mit  $I$  parallel zur Ziehrichtung  $[111]$  bei Zimmertemperatur gemessen wurde. Dieses Ergebnis war nach den Erfahrungen von BATE und BEER<sup>3</sup> über den Einbau mit radioaktivem Se in InSb zu erwarten.

In Nachbildung der Schichtstruktur bei der Störstellenverteilung wurde der Einfluß einer einmaligen Stufe senkrecht zur Wachstumsrichtung auf die Widerstandsänderung untersucht. Zu diesem Zweck wurde ein Kristall mit einer Ziehgeschwindigkeit von 4 mm/min in  $[111]$ -Richtung gezogen und während des Ziehprozesses nochmals mit Tellur dotiert. Auf diese Weise entstand der in Abb. 4 a dargestellte Verlauf der Ladungsträgerkonzentration von  $n = 3,8 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  auf  $n = 2,6 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  innerhalb einer Strecke von 1 mm. Die Ergebnisse für die transversale Widerstandsänderung in einem Magnetfeld von 10 kGauß sind in Abb. 4 b aufgetragen. Dabei zeigt die Länge der Striche die Meßstrecke über der Probe an. Während zu beiden Seiten der

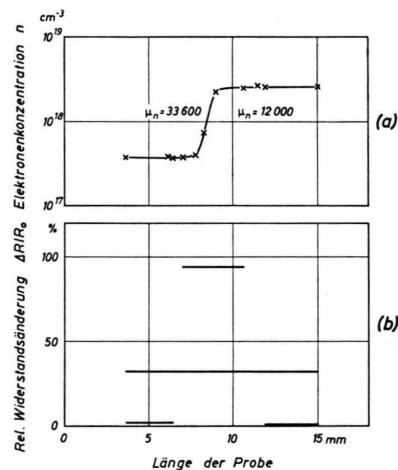


Abb. 4. Einfluß einer einmaligen Stufe in der Trägerkonzentration senkrecht zur Probenachse auf die Widerstandsänderung im Magnetfeld. a: Verlauf der Trägerkonzentration längs der Probe; b: Transversale Widerstandsänderung bei  $B = 10 \text{ kGauß}$  und  $T = 295^\circ \text{K}$ . Die Strichlängen geben die Meßstrecken auf der Probe an.

Stufe im homogenen Teil der Probe die Widerstandsänderung unter 2% liegt, nimmt sie über der Stufe auf über 90% zu.

In Abb. 5 ist die Abhängigkeit der Widerstandsänderung vom Drehwinkel aufgetragen. In diesem Fall betrug die Meßstrecke 9 mm und lag symme-

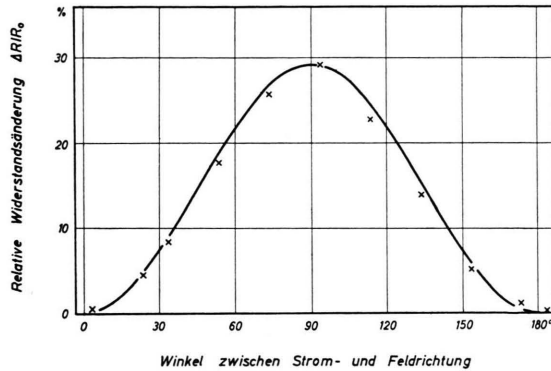


Abb. 5. Winkelabhängigkeit der Widerstandsänderung der Probe mit dem in Abb. 4 a dargestellten Konzentrationsverlauf. Meßstrecke (9 mm) symmetrisch zur Stufe.  $B=10$  kGauß,  $T=295$  °K. Die ausgezogene Kurve stellt die  $\sin^2$ -Kurve dar.

trisch zur Stufe. Die ausgezogene Kurve gibt die  $\sin^2$ -Abhängigkeit wieder. Aus diesen Ergebnissen muß man schließen, daß eine einzige Stufe zumindest nicht in dem untersuchten Feldbereich in der Lage ist eine singuläre Winkelabhängigkeit zu liefern, wie sie von Proben mit  $I$  parallel zur Wachstumsrichtung her bekannt ist. (Vgl. dazu aus Abb. 2 die Resultate, welche an den mit einer Ziehgeschwindigkeit von 0,25 und 1 mm/min hergestellten Proben gefunden wurden.)

Ähnlich verhält sich eine Rasterplatte, welche man dadurch herstellt, daß man an einer dünnen Platte aus InSb Kurzschlußstreifen anbringt. Die Widerstandsänderung hängt in diesem Fall ebenfalls nach einem  $\sin^2$ -Gesetz vom Winkel ab. Der Maximalwert von  $\Delta R/R_0$  liegt stets bei der transversalen Stellung von  $B$  ( $\varphi=90^\circ$ ), auch wenn die Streifen schräg gegen die Längsachse der Platte verlaufen.

Es wurde daher eine Probe, welche die singuläre Abhängigkeit besonders ausgeprägt zeigt, auf 20  $\mu$  und anschließend auf 10  $\mu$  abgeschliffen. Die Meßergebnisse für die Winkelabhängigkeit von  $\Delta R/R_0$  vor und nach der Behandlung sind in Abb. 6 aufgetragen. Bei den Dünnschliffen wurde der Widerstand direkt über die Elektroden gemessen. Die Proben waren zu diesem Zweck so im Magnetfeld orientiert worden, daß eine Verfälschung der Meßergebnisse durch die Elektroden unter 1% lag. Auch in diesem

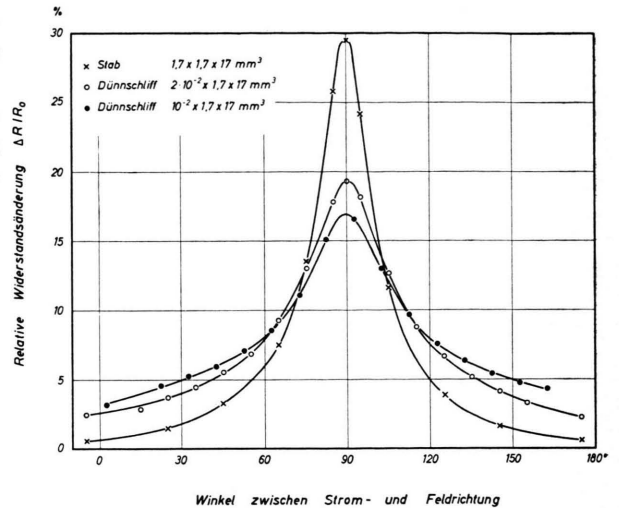


Abb. 6. Winkelabhängigkeit der Widerstandsänderung einer Probe mit  $I$  parallel zur Wachstumsrichtung [111] für verschiedene Querschnitte der Probe. Die magnetische Induktion lag in derjenigen Seitenfläche, bei welcher die Geometrie unverändert blieb.  $n=1,1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ,  $B=10$  kGauß,  $T=295$  °K.

Fall tritt die singuläre Kurve bei der Winkelabhängigkeit von  $\Delta R/R_0$  wieder auf.

Daraus folgt, daß die hier vorliegenden Verhältnisse sich durch ein zweidimensionales Rastermodell mit Kurzschlußstreifen nicht in allen Einzelheiten zufriedenstellend beschreiben lassen.

## Diskussion

Für einen Einbau der Störstellen in Schichten wechselnder Konzentration senkrecht zur Wachstumsrichtung der Kristalle sprechen folgende experimentelle Befunde:

1. Die Anisotropie der Widerstandsänderung hängt von der relativen Lage von Strom- und Ziehrichtung ab.
2. Sie ist am größten für eine Stromrichtung parallel zur Wachstumsrichtung.
3. Die kristallographische Orientierung der Ziehrichtung spielt keine wesentliche Rolle.
4. Die Anisotropie der Widerstandsänderung kann weitgehend durch Erhöhung der Ziehgeschwindigkeit beseitigt werden.
5. Die Anisotropie wird sowohl bei Te-dotierten als auch bei Se-dotierten Kristallen beobachtet. In beiden Fällen gilt für den Verteilungskoeffizient  $k \neq 1$ . Der Mechanismus der konstitutionellen Unterkühlung<sup>7</sup> kann also zur Schichtbildung führen.

<sup>7</sup> J. W. RUTTER u. B. CHALMERS, Canad. J. Phys. **31**, 15 [1953].



Eine weitere Rechtfertigung für die Annahme, daß eine Schichtstruktur der Störstellenverteilung für die Anisotropie der Widerstandsänderung verantwortlich ist, ergibt sich durch Vergleich der gemessenen Winkelabhängigkeit von  $\Delta R/R_0$  mit der in diesem Fall nach der Theorie zu erwartenden Abhängigkeit. In einer soeben erschienenen Arbeit über den Einfluß von Inhomogenitäten auf die galvanomagnetischen Eigenschaften von Halbleitern gibt HERRING<sup>8</sup> eine allgemeine Beziehung für den spezifischen Widerstand im Magnetfeld an. Er geht dabei von der Voraussetzung aus, daß die Probe aus Schichten verschiedener Störstellenkonzentration aufgebaut ist. Die Schichten sollen sich nur hinsichtlich der Konzentration der Ladungsträger unterscheiden, nicht jedoch bezüglich der Beweglichkeit. Außerdem sollen die zur Flächennormalen der Schichtfolge senkrecht stehenden elektrischen Feldstärken in allen Schichten den gleichen Wert haben.

Aus der von HERRING angegebenen Beziehung läßt sich unter der Voraussetzung, daß eine physikalische Widerstandsänderung nicht auftritt, folgende Gleichung für die im Experiment zu beobachtende Winkelabhängigkeit der Widerstandsänderung ableiten. Die Schichten stehen dabei senkrecht auf der Probenachse.  $\varphi$  ist wieder der Winkel zwischen Längsachse der Probe und Richtung der magnetischen Induktion.

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \left[ 1 - \frac{1}{\langle n \rangle \langle 1/n \rangle} \right] \frac{(\mu B)^2 \sin^2 \varphi}{1 + (\mu B)^2 \cos^2 \varphi} \quad (1)$$

$$= \left( \frac{\Delta R}{R_0} \right)_{\max} \frac{\sin^2 \varphi}{1 + (\mu B)^2 \cos^2 \varphi}$$

Herleitung im Anhang, die Symbole  $\langle \rangle$  bedeuten eine räumliche Mittelbildung.

Bei großen Feldern, d. h.  $\mu B \gg 1$ , hängt also die Widerstandsänderung für ein fest vorgegebenes  $B$  in der Umgebung von  $\varphi = 0^\circ$  in guter Näherung nach einem  $\text{tg}^2$ -Gesetz vom Winkel ab. Bei kleinen Feldern, d. h.  $\mu B \ll 1$ , befolgt die Winkelabhängigkeit eine  $\sin^2$ -Beziehung. Die Maximalwerte ändern sich in beiden Fällen mit  $B^2$ . In Abb. 7 wurden nun als Beispiel die experimentell bestimmte Winkelabhängigkeit von  $\Delta R/R_0$  für verschiedene Werte von  $\mu B$  mit den nach Gl. (1) berechneten theoretischen Kurven verglichen. Die Probe hatte eine Elektronenkonzentration  $n = 5,4 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  und eine Beweglichkeit  $\mu = 57\,000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  bei Zimmertemperatur. Die experimentellen Werte sind der Abb. 7 der frü-

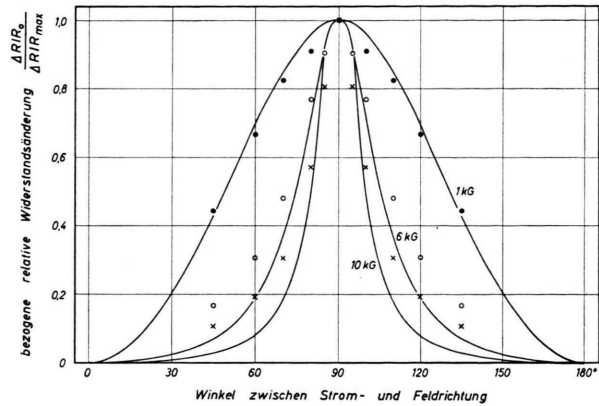


Abb. 7. Bezogene relative Widerstandsänderung in Abhängigkeit vom Drehwinkel  $\varphi$  für verschiedene Werte von  $\mu B$ . Die ausgezogenen Kurven stellen die theoretisch zu erwartende Abhängigkeit dar. Die experimentellen Werte sind der Abb. 7 der früheren Arbeit<sup>1</sup> entnommen.  $n = 5,4 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T = 295^\circ \text{K}$ ,  $\mu = 57\,000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ .

heren Arbeit<sup>1</sup> entnommen. Besonders in der Umgebung von  $\varphi = 90^\circ$  ist die Übereinstimmung zwischen den experimentellen und theoretischen Werten gut. Bei kleineren Winkeln jedoch treten stärkere Abweichungen auf, welche möglicherweise auf Unregelmäßigkeiten in der Schichtstruktur zurückzuführen sind. Eine Folge hiervon ist, daß man bei der Feldabhängigkeit von  $\Delta R/R_0$  für einen festen Winkel  $\varphi \neq 90^\circ$  keine Sättigung findet, wie es nach Gl. (1) zu erwarten ist.

Setzt man andererseits in Gl. (1) die experimentellen Daten für  $(\Delta R/R_0)_{\max}$  ein, so kommt man zu recht sinnvollen Werten für die Schwankungen der Ladungsträgerkonzentration in der Schichtstruktur. Nimmt man z. B. an, daß die Probe nur aus 2 Sorten von Schichten mit den Trägerkonzentrationen  $n_1$  und  $n_2$  aufgebaut ist und der Volumenanteil beider Sorten von Schichten gleich groß ist, so erhält man mit den Werten  $\mu B = 5$  ( $B = 10 \text{ kGauß}$ ,  $\mu = 50\,000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ) und  $(\Delta R/R_0)_{\max} = 31\%$  für die Schwankung in der Trägerkonzentration  $n_2 = 0,8 n_1$ . Die experimentellen Daten gelten in etwa für die Probe mit  $I \parallel [111]$  in Abb. 1 a.

Falls die Probenachse nicht mit der Flächennormalen der Schichten zusammenfällt, findet man nach der Theorie für den in Abb. 8 a dargestellten Fall das Maximum von  $\Delta R/R_0$  bei einem Winkel  $\varphi_{\max}$ , welcher um den Winkel  $\alpha$  zwischen Flächennormale der Schichten und Probenlängsachse von  $\varphi_{\text{transv.}} = 90^\circ$  abweicht. Das Maximum der Widerstandsänderung tritt demnach dann auf, wenn der Vektor  $B$  in der Schichtebene

<sup>8</sup> C. HERRING, J. Appl. Phys. 31, (11) 1939 [1960].

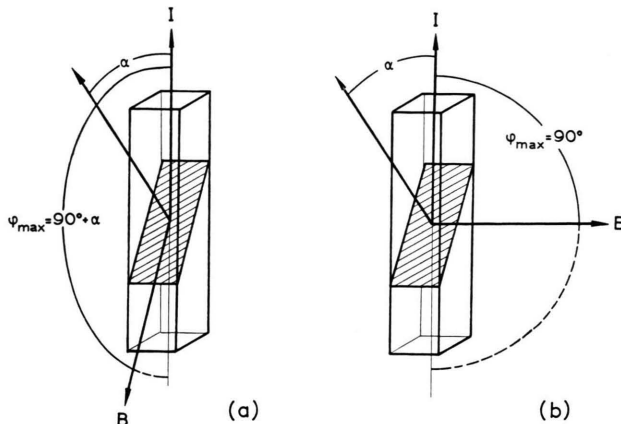


Abb. 8. (a) Modell zur Erklärung der Abweichung des Winkels  $\varphi$ , bei welchem der Maximalwert von  $\Delta R/R_0$  auftritt, von der transversalen Lage von  $I$  und  $B$ , d. h.  $\varphi_{\text{transv.}} = 90^\circ$ . Der Vektor  $B$  liegt stets in der von Probenlängsachse und Flächennormalen der Schichten aufgespannten Ebene. (b) Lage der Schichten wie in Abb. 8 a. Vektor  $B$  diesmal stets in einer Ebene, welche um  $90^\circ$  gegenüber derjenigen von Abb. 8 a gedreht ist und die Probenlängsachse enthält.

liegt. Für den Fall in Abb. 8 b, den man dadurch erhält, daß man die Probe aus Abb. 8 a um  $90^\circ$  um die Längsachse dreht, mißt man den Maximalwert von  $\Delta R/R_0$  bei  $\varphi_{\text{transv.}} = 90^\circ = \varphi_{\max}$ . Es liegt dann  $B$  wiederum in der Schichtebene.

Das unterschiedliche Verhalten von Rasterplattenmodell und stabförmiger Probe mit Schichtstruktur hinsichtlich der Winkelabhängigkeit von  $\Delta R/R_0$  läßt sich mit Hilfe der HERRINGSchen Ableitung folgendermaßen erklären:

Bei der Rasterplatte kann die Stromverdrängung nur in eine einzige Dimension senkrecht zur Probenlängsachse erfolgen, da es sich voraussetzungsgemäß um eine dünne Platte handeln soll, also ein ebenes Problem vorliegt. Bei der stabförmigen Probe steht noch eine weitere Dimension senkrecht zur Probenlängsachse zur Verfügung, in welche der Strom verdrängt werden kann, man hat also ein räumliches Problem vorliegen. Eine Folge hiervon ist, daß eine longitudinale Komponente von  $B$  zu einem kleineren Widerstand im Magnetfeld führt, als beim ebenen Fall der Rasterplatte zu erwarten ist.

Im Gegensatz zu den Ergebnissen für die Widerstandsänderung war in der früheren Arbeit<sup>1</sup> festgestellt worden, daß die Elektronenbeweglichkeit  $\mu_n = R_H \cdot \sigma$  isotrop ist, d. h. Proben mit  $I$  parallel und  $I$  senkrecht zur Ziehrichtung ergeben bei gleicher Störstellenkonzentration dieselben Werte für  $\mu$ . Dieses Resultat ist nach den Rechnungen von HERRING bei einem Medium mit Schichtstruktur zu er-

warten. Nimmt man nämlich an, daß der Halbleiter aus Schichten gleicher Beweglichkeit, jedoch verschiedener Störstellenkonzentration  $n_1$  und  $n_2$  zusammengesetzt sei, so findet man für den effektiven HALL-Koeffizienten bei gleichem Volumenanteil beider Schichtsorten:

$$R_{H \text{ eff}} = 1/\langle 1/R \rangle = R_0(1 - \xi^2), \quad (2)$$

$$\text{falls } R_0(1 - \xi) = 1/e n_1, \quad R_0(1 + \xi) = 1/e n_2.$$

Gl. (2) gilt sowohl für den Fall, daß der Vektor der HALL-Feldstärke in der Schichtebene liegt, als auch in dem Fall, daß der Vektor senkrecht dazu steht.

Für die aus dem Experiment bestimmte Beweglichkeit  $\mu_{\text{eff}} = R_{H \text{ eff}} \cdot \sigma_{\text{eff}}$  ergibt sich dann für den Fall, daß die Schichten senkrecht zur Längsachse der Proben verlaufen und der Vektor der HALL-Feldstärke in der Schichtebene liegt:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu(1 - \xi^2). \quad (3)$$

In den beiden anderen Fällen (Längsachse der Probe in der Schichtebene, HALL-Vektor senkrecht dazu oder in Schicht liegend) erhält man:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu.$$

Wählt man beispielsweise für  $\xi$  den Wert  $\xi = 0,25$ , d. h.  $n_2 = 0,6 n_1$ , so beträgt der Fehler nach Gl. (3) bei der Bestimmung von  $\mu$  nur 6%. Für  $\xi = 1/9$  oder  $n_2 = 0,8 n_1$  beträgt der Fehler nur noch 1%. Da bei der Zuordnung von Beweglichkeit und Ladungsträgerdichte die Ungenauigkeit infolge eines Längsgradienten, welcher der Schichtstruktur überlagert ist, in der gleichen Größenordnung (einige %) liegt, wird man deshalb beim Vergleich von Proben mit  $I$  parallel und  $I$  senkrecht zur Ziehrichtung, welche dieselbe mittlere Trägerdichte besitzen, keinen Unterschied in der Beweglichkeit feststellen.

Die vorangegangenen Ausführungen zeigen, daß die in der früheren Arbeit<sup>1</sup> berichteten galvanomagnetischen Eigenschaften von n-dotierten InSb-Einkristallen durch die Annahme eines schichtweisen Einbaues der Störstellen senkrecht zur Ziehrichtung in den wesentlichen Punkten verstanden werden können. Die bereits damals vertretene Auffassung, daß die wahre physikalische Widerstandsänderung in n-leitendem InSb in der Nähe der kleinsten gemessenen Werte für Proben mit  $I$  senkrecht zur Wachstumsrichtung liegt, erscheint nunmehr als zwangsläufige Folge. Die Widerstandsänderung läßt sich also zumindest bei Zimmertemperatur allein durch die gemischte Leitung erklären. Inwieweit diesem Effekt vor allem bei tiefen Temperaturen und reine-

ren Präparaten eine Widerstandsänderung im Leitungsband überlagert ist, muß noch durch eingehende Temperaturanalysen untersucht werden.

Für wertvolle Diskussionsbeiträge habe ich vor allem den Herren Dr. O. G. FOLBERTH, Dr. R. GREMMELMAIER und Dr. H. WEISS zu danken. Besonderen Dank schulde ich Herrn Dr. C. HERRING für die Überlassung eines Manuskriptes seiner Arbeit über den Einfluß von Inhomogenitäten auf die galvanomagnetischen Effekte.

### Anhang

#### Herleitung der Gl. (1)

Für den im Experiment beobachteten spezifischen Widerstand  $(\varrho_{xx})_{\text{eff}}$  parallel zur Probenlängsachse findet HERRING:

$$(\varrho_{xx})_{\text{eff}} = n \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle \varrho_{xx} + n \left[ \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle - \frac{1}{\langle n \rangle} \right] \cdot \frac{[\varrho_{xy} \varrho_{yz} \varrho_{zx} + \varrho_{xz} \varrho_{zy} \varrho_{yx} - \varrho_{xy} \varrho_{yz} \varrho_{zz} - \varrho_{xz} \varrho_{zy} \varrho_{yx}]}{\varrho_{yy} \varrho_{zz} - \varrho_{yz} \varrho_{zy}} \quad (\text{A } 1)$$

Dabei bedeutet  $n$  die Elektronenkonzentration einer beliebig herausgegriffenen Schicht und  $\varrho_{\mu\nu}$  die  $\mu\nu$ -te Komponente des Widerstandstensors aus der gleichen betrachteten Schicht. Da die Beweglichkeit in allen Schichten gleich groß sein soll, ist das Produkt  $n \varrho_{\mu\nu}$  für alle Schichten konstant.

Um nun Gl. (A 1) auf unser Problem bei InSb anwenden zu können, gehen wir von einer Beziehung aus, welche sich durch Hinzunahme der in  $B$  linearen Glieder aus Gl. (10) der früheren Arbeit<sup>1</sup> ergibt.

$$E_{\lambda} = \varrho_0 j_{\lambda} + R_H (j \times B)_{\lambda} + \alpha_{12} j_{\lambda} B^2 - \alpha_{12} B_{\lambda} (j \cdot B); \quad (\text{A } 2)$$

$\alpha_{12}$  ist der Koeffizient der transversalen Widerstandsänderung. Hieraus berechnen sich die Tensorkomponenten in folgender Weise:

$$\begin{aligned} \varrho_{xx} &= \varrho_0 + \alpha_{12} (B^2 - B_x^2), \\ \varrho_{yx} &= -R_H B_z - \alpha_{12} B_x B_y, \\ \varrho_{zx} &= R_H B_y - \alpha_{12} B_x B_z, \\ \varrho_{xy} &= R_H B_z - \alpha_{12} B_x B_y, \quad \varrho_{xz} = -R_H B_y - \alpha_{12} B_x B_z, \\ \varrho_{yy} &= \varrho_0 + \alpha_{12} (B^2 - B_y^2), \quad \varrho_{yz} = R_H B_x - \alpha_{12} B_y B_z, \\ \varrho_{zy} &= -R_H B_x - \alpha_{12} B_y B_z, \quad \varrho_{zz} = \varrho_0 + \alpha_{12} (B^2 - B_z^2). \end{aligned} \quad (\text{A } 3)$$

Nehmen wir nun an

1.  $B$  liege in der  $x$ - $z$ -Ebene,
2.  $\varphi$  sei der Winkel zwischen  $B$  und der  $x$ -Achse, also  $B_x = B \cos \varphi$ ,  $B_z = B \sin \varphi$ ,
3. eine physikalische Widerstandsänderung sei nicht vorhanden, d. h.  $\alpha_{12} = 0$  (dies kann zumindest für starke Dotierung aus der unteren ausgezogenen Kurve in Abb. 4 der früheren Arbeit<sup>1</sup> geschlossen werden), so folgt durch Einsetzen der Tensorkomponenten aus (A 3) in (A 1) unmittelbar

$$(\varrho_{xx})_{\text{eff}} = n \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle \varrho_0 + n \left[ \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle - \frac{1}{\langle n \rangle} \right] \varrho_0 \frac{(\mu B)^2 \sin^2 \varphi}{1 + (\mu B)^2 \cos^2 \varphi}. \quad (\text{A } 4)$$

Daraus erhält man für die relative Änderung des Widerstandes im Magnetfeld in Abhängigkeit vom Drehwinkel

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R_0} &= \frac{(\varrho^{(B)}_{xx})_{\text{eff}} - (\varrho^{(0)}_{xx})_{\text{eff}}}{(\varrho^{(0)}_{xx})_{\text{eff}}} \quad (\text{A } 5) \\ &= \left[ 1 - \frac{1}{\langle n \rangle \langle 1/n \rangle} \right] \frac{(\mu B)^2 \sin^2 \varphi}{1 + (\mu B)^2 \cos^2 \varphi}. \end{aligned}$$

## Der Einfluß der elektronischen Polarisation auf Exzitonen in Alkalihalogenidkristallen

VON WOLFGANG WELLER

Aus dem Institut für theoretische Physik der Karl-Marx-Universität Leipzig  
(Z. Naturforsch. 16 a, 401—410 [1961]; eingegangen am 28. November 1960)

Bei Exzitonen in Alkalihalogeniden ist die Kontinuumsnäherung (Methode der effektiven Masse) nicht anwendbar, da der mittlere Abstand von Elektron und Loch kleiner als der Abstand benachbarter Halogenionen ist. Mit dem von TOYOZAWA und HAKEN und SCHOTTKY entwickelten Modell wird der Einfluß der elektronischen Polarisation auf das Exziton unter Berücksichtigung der Gitterstruktur des Kristalls berechnet. Die elektronische Polarisation ist zu vernachlässigen, wenn sich das angeregte Elektron und das Loch am gleichen Halogenion befinden. Bei größeren Abständen von Elektron und Loch muß im COULOMB-Gesetz der volle Wert der optischen Dielektrizitätskonstante (DK) benutzt werden. Die Polarisationsenergie für sehr große Abstände wird berechnet, für NaCl ergibt sich  $-2,8$  eV. Das Modell von TOYOZAWA und HAKEN und SCHOTTKY wird schließlich so erweitert, daß es die LORENTZ-Korrektur für die optische DK liefert.

Zur Behandlung der elektronischen Polarisation in Kristallen wurde von TOYOZAWA<sup>1</sup> und HAKEN und SCHOTTKY<sup>2</sup> ein Modell entwickelt. Die elektronische Polarisation entsteht dabei durch Anregung von Valenzelektronen, die sich an Ionen oder Atomen befin-

den, die den polarisierenden Ladungen benachbart sind.

<sup>1</sup> Y. TOYOZAWA, Progr. Theor. Phys. 12, 421 [1954].

<sup>2</sup> H. HAKEN u. W. SCHOTTKY, Z. phys. Chem. N. F. 16, 218 [1958].